INSA de TOULOUSE - DEPARTEMENT DE STPI- 1ère ANNEE
ELECTROSTATIQUE- Durée 2 heures

LES DIFFERENTES EXERCICES SONT INDEPENDANTS

JUSTIFIEZ TOUTES VOS REPONSES

Exercice sur la séance de travaux pratiques

1°) Donnez le schéma d'un tourniquet électrostatique de forme simple (par exemple celui découvert lors de la séance de TP).

2°) Précisez les phénomènes responsables de sa mise en rotation.

4°) Comment doit-on modifier le système pour qu'il tourne dans le sens inverse ?

Calcul du champ et du potentiel électrostatique produit par des charges ponctuelles

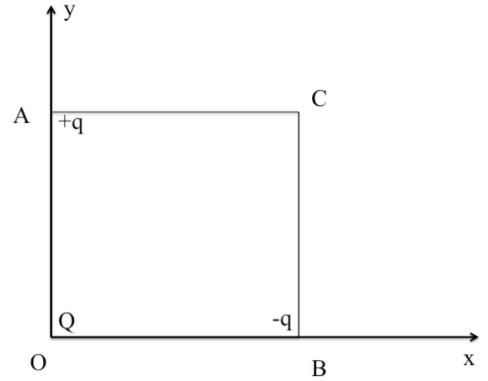
Les points O,A,B et C forment un carré de côté **a** dans le plan (x,O,y). 3 charges ponctuelles respectivement égales à Q, +q et -q sont placées aux sommets O,A et B de ce carré. La charge placée en A est positive, la charge placée en B est négative.

1°) Calculer en fonction de Q,q,a et d'autres constantes, le champ électrique généré par ces 3 charges au point C. On précisera clairement toutes les composantes de ce vecteur en coordonnées cartésiennes.

2°) Calculer en fonction de Q,q,a et d'autres constantes, le potentiel électrostatique V(C) généré par ces 3 charges au point C.

3°) Quelle doit être la valeur et le signe de la charge Q pour que le champ électrique au point C soit dirigé suivant l'axe y. Montrer que dans ce cas son module est proportionnel à la quantité $q/(4\pi\varepsilon_0 a^2)$et donner la valeur numérique du coefficient de proportionnalité.

4°) Cette charge électrique augmente-elle (en valeur absolue) lorsque la dimension du carré se réduit (a diminue) ?

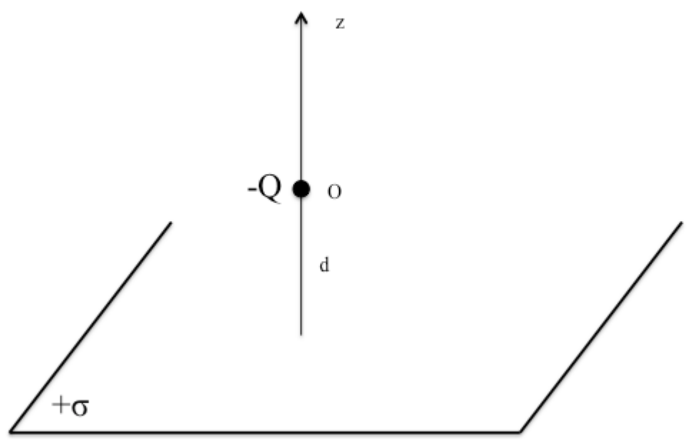


Principe de superposition

Une charge ponctuelle négative -Q est placée au point origine O, situé à une distance d au dessus d'un plan infini chargé par une densité superficielle de charges positive $+\sigma$. L'axe Oz est normal à ce plan (rappelons qu'un plan infini de charge superficielle σ crée en tout point de l'espace un champ électrique orienté perpendiculairement à ce plan et de module $\sigma/2\varepsilon_0$).

1°) La charge -Q est telle que $-Q=-\pi.\ \sigma.d^2$. Dans ce cas, à quels endroits précis de l'espace le champ électrique produit par cette charge ponctuelle et ce plan est il nul ? On précisera à quelle distance du plan se trouvent ces points particuliers en fonction de d.

2°) La charge -Q est désormais telle que $-Q=-8\pi.\ \sigma.d^2$. Dans ce cas, à quels endroits précis de l'espace le champ électrique produit par cette charge ponctuelle et ce plan est il nul ? On précisera à quelle distance du plan se trouvent ces points particuliers en fonction de d.

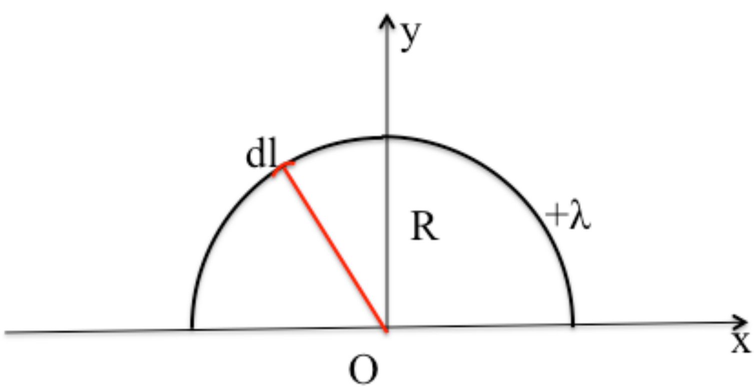


Calcul direct du champ électrique

On considère un fil chargé uniformément avec une densité de charges positives par unité de longueur $+\lambda$, ayant la forme d'un demi cercle de centre 0 et de rayon R.

1°) Par des considérations de symétrie indiquer quelle est la direction du champ électrique produit par l'ensemble de ce fil au point O.

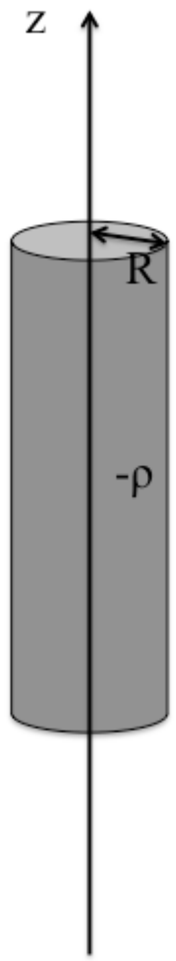
2°) En intégrant la contribution de toutes les longueurs élémentaires de fil **dl**, donnez l'expression du module du champ électrique au point O en fonction de R et λ.



Théorème de Gauss

On considère un cylindre de longueur infinie, de rayon R, d'axe z portant une densité de charge volumique uniforme négative -ρ. Rappelons que le gradient de f en coordonnées cylindriques a pour expression :

$$\frac{\partial f}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\overrightarrow{e_\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\overrightarrow{e_z}$$



1°) Préciser les invariances de ce système

2°) Dans le système de coordonnées de votre choix préciser par des raisons de symétrie l'orientation du champ électrique généré par ce cylindre en tout point de l'espace.

3°) Utiliser le théorème de Gauss pour calculer le module du champ électrique généré en tout point M situé à l'intérieur du cylindre à une distance r de l'axe z telle que r<R. On précisera clairement la surface fermée utilisée.

4°) Utiliser le théorème de Gauss pour calculer le module du champ électrique généré en tout point M situé à l'extérieur du cylindre à une distance r de l'axe z telle que r>R. On précisera clairement la surface fermée utilisée.

5°) Donner les expressions du potentiel électrostatique V à l'intérieur (r<R) et à l'extérieur (r>R) du cylindre en fixant la valeur nulle de ce potentiel à la surface du cylindre (r=R).

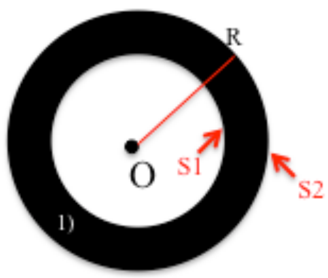
6°) Tracer l'allure de la variation de V(r) pour r variant de 0 à l'infini.

Propriétés des conducteurs électriques et stockage de l'énergie électrique

On considère un conducteur électrique creux de forme sphérique, de centre O et de rayon externe R. Ce conducteur 1) est chargé avec une charge totale positive +Q. Rappelons que le gradient de f en coordonnées sphériques a pour expression :

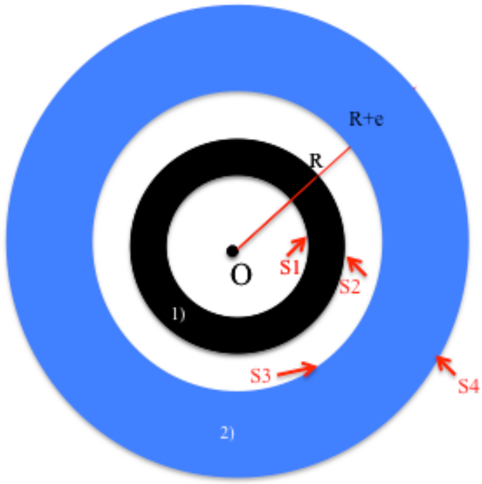
$$\frac{\partial f}{\partial r}\overrightarrow{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\overrightarrow{e_\theta} + \frac{1}{r sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\overrightarrow{e_\varphi}$$

1°) Préciser en justifiant votre réponse comment se répartit cette charge sur les surfaces S1 et S2 (interne et externe) de ce conducteur.



2°) Le conducteur 1) est entouré par un autre conducteur sphérique de centre O et de rayon interne R+e en évitant tout contact avec le précédent. Ce conducteur 2) est neutre. La charge portée par la surface S2 du conducteur 1) varie t'elle par influence électrostatique ?

3°) Précisez en vous justifiant la nouvelle répartition des charges sur les surfaces S1,S2,S3 et S4.



4°) Calculer par la méthode de votre choix et dans le système de coordonnées adapté, le champ électrique dans la région située entre les surfaces S2 et S3.

5°) Déterminer l'expression du potentiel électrostatique dans cette région. On supposera implicitement que l'origine du potentiel (V=0) est située à l'infini (très loin de O).

6°) Donner l'expression du potentiel électrostatique V_{S1},V_{S2},V_{S3} et V_{S4} sur les surfaces S1,S2,S3 et S4.

7°) En déduire en fonction de R et e, la capacité du condensateur formé par ce système. On simplifiera cette expression en considérant que e<<R.

8°) L'énergie électrique W emmagasinée dans un condensateur de capacité C dépend de la différence de potentiel ΔV existant entre les surfaces en influence totale selon la relation : $W=1/2.C.V^2$. Calculer l'épaisseur **e** nécessaire pour stocker une énergie de 1 Joule avec une différence de potentiel de 1V avec un isolant dont la permittivité n'est pas celle de l'air (ε_0) mais a pour valeur $(1/(2\pi))10^{-10}$ Farad/m et pour un système sphérique de rayon R=1mm.

9°) Pour quelles raisons le stockage d'une telle quantité d'énergie dans un condensateur sphérique de dimension millimétrique vous paraît-elle compromise ? D'où la nécessité d'inventer des super-condensateurs !